Math==>DISCRIMINANT

Soit Δ = b^2 -4ac
le discriminant. Trois cas se présentent.
1er cas : Δ>0.
L’équation « P(x)=0 » admet deux racines : x1= −b+ Δ 2a et x2= −b− Δ 2a .
Nous avons : P(x)= a(x^2+ b a x+ c a) = a((x+ b 2a) 2 − b^2 4a^2 + c a) = a((x+ b 2a) 2 − b^2−4ac 4a^2)
= a((x+ b 2a) 2 − Δ 4a^2) = a((x+ b 2a) 2 − (Δ 2a) 2)
= a(x+ b 2a + Δ 2a)(x+ b 2a − Δ 2a) = a(x− x 2)(x− x 1)
Nous obtenons ainsi la forme factorisée : P(x)= a(x− x 1)(x− x 2) .
2ème cas : Δ=0.
L’équation « P(x)=0 » admet une unique racine : x 0 =− b 2a .
Nous avons : P(x)= a(x^2+ b a x+ c a) = a((x+ b 2a) 2 − b^2 4a^2 + c a) = a((x+ b 2a) 2 − b^2−4ac 4a^2)
= a((x+ b 2a) 2 − 0 4a^2) = a (x+ b 2a) 2 =a (x− x 0) 2
Nous obtenons ainsi la forme factorisée : P(x)= a (x− x 0) 2 .
Remarque : Vu la factorisation obtenue, nous dirons que, dans le cas du discriminant Δ nul, l’équation « P(x)=0 » admet une racine double. x0= − b 2a est la racine double de P.

3ème cas : Δ<0.
L’équation « P(x)=0 » n’a pas de racine.
Il est donc impossible de factoriser P (comme produit de polynôme du premier degré, car un polynôme du premier degré a une racine dans $\mathbb{R}$).

P(x)= ax^2 + bx + c

Δ = b^2 - 4ac

solution pour les 3 cas:

Δ=0 P(x)= a*(x-x0)^2 - b

Δ>0 P(x)= a*(x-x1)(x-x2)

x1= $\dfrac{-b + \text{racine } \Delta}{2a}$

x2= $\dfrac{-b - \text{racine } \Delta}{2a}$

Δ<0 ? pas de racine dans ||R

Référence : MATH1_POLYNOMES_06_03